

SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE – FILIALA SĂLAJ

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

Faza locală – 11 februarie 2012

Clasa a X-a

1). Az a valósszámmilyenértékére lesz az $a^x = |x + 2| - |2x + 8|$ egyenletnek egyetlen megoldása?

2). Legyen $n \in \mathbb{N}^*$, $a, b \in \mathbb{R}^*$. Mutasd ki, hogy az alábbi egyenletnek mindig gyöke képzetes (imaginárius) $(z + a + i \cdot b)^n + (z - a + i \cdot b)^n = 0$

3). Oldd meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán:

$$4^x - x \cdot 2^{x+1} - 5 \cdot 2^x = 3 \cdot x^2 - 19 \cdot x + 6$$

4). Legyen az alábbi függvény: $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + \frac{1}{2}x$

a) Mutasd ki, hogy az f függvény bijektív.

b) Ha g az f függvény inverz függvénye, határozd meg az alábbi halmazt:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid f(x) = g(x)\}$$

MEGJEGYZÉS:

Minden feladat kötelező.

Minden feladat 7 pontot ér.

Munkaidő: 3 óra